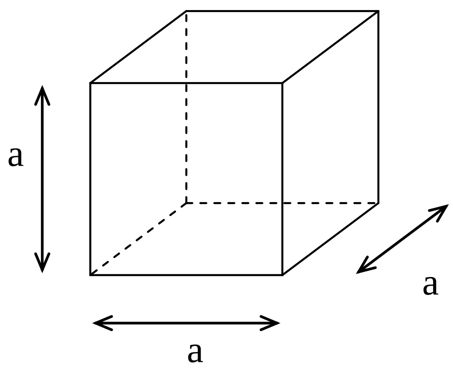
VOLUMES : un cours appétissant ?

Prenez un récipient, vous pouvez y mettre une certaine quantité de farine, de sel, d'eau…. Dans tous les bons livres de cuisine, on mesure des **volumes**.
Nous allons ici passer en revue les récipients classiques ainsi que le calcul de leur volume (la quantité de place disponible à l'intérieur du récipient).

I Le cube

Vous avez déjà vu un cube, c'est forcé…….

Le cube se représente en utilisant le principe de la perspective :



Les côtés sont tous de même longueur : a

Le volume se calcule selon :

Volume = côté $\times$ côté $\times$ côté = a $\times$ a $\times$ a

Volume = a^3

Lorsque le côté a est donné en mètre (m), le volume sera obtenu en mètre cube dont le symbole est : m^3

Exemple : Un cube de 2 mètres de côté a un volume V = 2^3 = 8 m^3

Exercice : Calculez le volume d'un cube de béton de 5,4 mètres de côté.

II Les unités

Lorsque **a** est donné en m on calcule V en m^3
Lorsque **a** est donné en cm on calcule V en cm^3 …

On peut utiliser le tableau de conversion pour changer d'unités :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

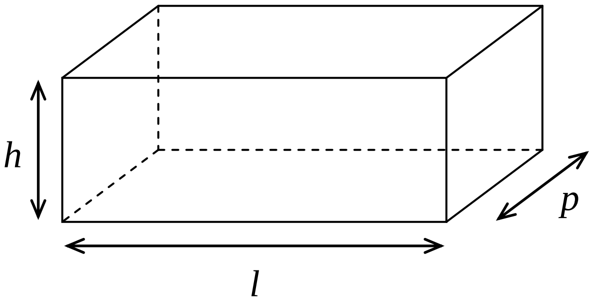
Exemple : 12,456 cm^3 = 12456 mm^3 = 0,012456 cm^3

Exercice : Convertissez : 0,0345 m^3 = ..……. cm^3 ; 1233 dm^3 = ……….. m^3

Pour les liquides, on utilise souvent le millilitre (mL) : 1 mL = 1 cm^3
et le litre (L) : 1L = 1 dm^3 = 1000 cm^3

III Le parallélépipède rectangle (pavé droit)

En termes plus concrets, c'est la forme d'un …
paquet de gâteaux ou bien d'un aquarium de salon !



Les côtés ont pour longueurs :
l , p et h
Ils sont donnés avec la <u>même</u> unité de longueur.

Volume = côté x côté x côté

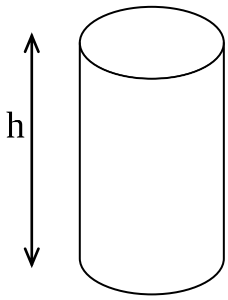
Volume = $l \times p \times h$

Exemple : Un paquet de gauffrettes pralinés LU est un pavé droit dont les dimensions sont : h = 3,5 cm ; l = 24 cm ; p = 6,5 cm
Calculons son volume en cm^3 : V = 3,5 x 24 x 6,5 = 546 cm^3
Ce qui donne en dm^3 : V = 0,546 dm^3

Exercice : Le réservoir d'un camion est un parallélépipède rectangle de longueur 1,47 mètre, de largeur 63 cm et de hauteur 65 cm.
Calculez son volume en cm^3 : V = ………………….
Donnez le résultat en dm^3 : V = …………………
En déduire le nombre de litres de ce réservoir : V = …………………
La consommation étant de 50 L aux 100 km, quelle est l'autonomie ?

IV Le cylindre de révolution

Typiquement, c'est un paquet de gâteaux Prince !



La base d'un cylindre est un disque.

Volume = Aire de la Base x hauteur = A h

Lorsque le disque a pour rayon R : A = π R^2

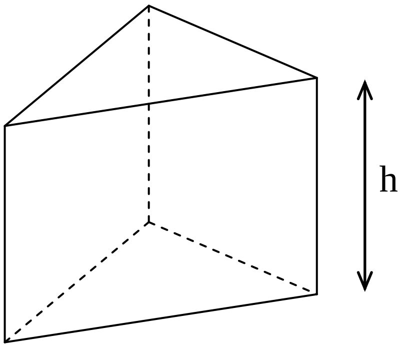
Alors : Volume = A h = π R^2 h

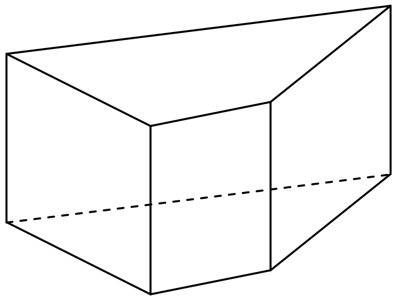
Exemple : Le paquet de gâteaux Prince a une hauteur h = 20 cm et une base dont le rayon vaut R = 3,8 cm
Alors, le volume de gâteaux est : V = $\pi \times 3{,}8^2 \times 20$ = 907,3 cm^3

Exercice : Calculez le volume d'une boîte de compote de forme cylindrique avec une hauteur de 12,3 cm et une base dont le rayon est 5,2 cm.

V Prismes droits

Un prisme droit est un solide dont la base peut être un triangle ou bien un quadrilatère :

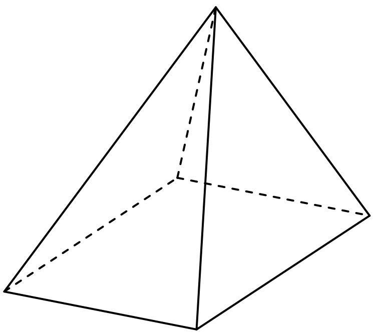


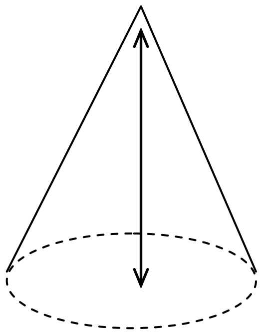


Dans tous les cas : Volume = Aire de la base x hauteur

VI Pyramide et cône de révolution

Plutôt que de vaines paroles, voyons deux exemples !





Dans les deux cas : Volume = $\frac{1}{3}$ base x hauteur

Exemple : Un cône de hauteur h = 12 cm et dont la base a un rayon égal à 2,5 cm

Le volume est donc : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 2{,}5^2 \times 12 = 78{,}5 \text{ cm}^3$

Exercice : Calculez le volume d'une pyramide de hauteur 135 mm dont la base est *un carré* de côté 5 cm.

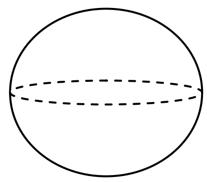
Donnez le résultat en cm^3 puis en dm^3.

VII La sphère

Certaines sphères sont bien connues… l'orange, la boule de cristal, la planète Terre, la boule de pétanque, la Lune…

On calcule son volume en utilisant la formule : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

avec R qui est le rayon.



Exemple : Une orange a un rayon égal à 4 cm. Quel volume de jus puis-je espérer boire ? $V = \frac{4}{3} \pi 4^3 = 268{,}1 \text{ cm}^3$ (en étant très optimiste…)

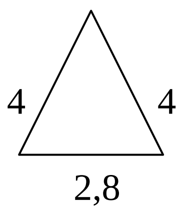
VIII Exercices…

1) Calculez le volume (en cm^3) d'un apéricube au curry dont le côté mesure 0,9 centimètres.

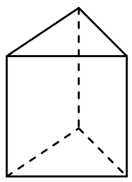
2) En optique, on utilise un prisme droit en verre pour décomposer la lumière. Le prisme que l'on considère ici a une base triangulaire.

a) Ce triangle est isocèle et ses côtés sont en cm :

Calculez la hauteur de ce triangle.
(Pythagore…)



b) En déduire l'aire du triangle en cm^2 (à 10^{-2} près).



c) Calculez le volume du prisme en cm^3 (à 10^{-2} près) sachant que la hauteur du prisme est 2,3 cm.

3) La Lune a un rayon de 1700 km alors que celui de la Terre est de 6400 km.

a) Calculez le volume de la Lune en km^3

b) Calculez le volume de la Terre en km^3

c) Combien de Lunes pourrait-on mettre dans la Terre ? ? ?