

Je veux 19°C chez moi !

Oui, mais... il fait 2°C dehors !!

Cette fiche est là pour tordre le cou à de mauvaises expressions et à une compréhension erronée de certains concepts de thermique. Voici un exemple de phrase qui vous semblera correcte, mais qui est absolument incorrecte du point de vue de la rigueur scientifique : « Grâce à notre nouvelle isolation, on garde bien la chaleur dans la maison ! ».

Pourquoi cette phrase ne veut rien dire pour un expert en thermique ? Voici quelques éléments pour mieux comprendre ce domaine et finalement, être d'accord pour admettre que la phrase ci-dessus est bien incorrecte...

I Conduction à travers un mur

La chaleur se propage dans un matériau solide grâce à la conduction : les molécules vibrent localement et communiquent leur énergie de vibration à leurs voisines. Ainsi, de proche en proche, l'énergie peut se propager.

On considère un mur d'épaisseur e dont les deux faces sont maintenues (par un procédé quelconque) à des températures $T_{int} = 19^\circ C$ (du côté gauche) et $T_{ext} = 2^\circ C$ (côté droit) et que l'on ait atteint l'équilibre.

On peut alors calculer le profil de température à l'intérieur de ce mur. On obtient le profil linéaire ci-contre.

Comment ?

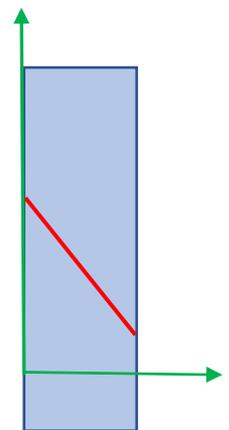
Dans notre situation, on doit résoudre l'équation de Laplace : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$. On obtient alors une formule du type $T(x) = a x + b$ où x est la variable portée par l'axe horizontal. On peut facilement déterminer les constantes a et b en utilisant les conditions aux limites en $x = 0$ où $T = T_{int}$ et $x = e$ où $T = T_{ext}$.

$$\text{Au final, on obtient : } T(x) = \frac{T_{ext} - T_{int}}{e} x + T_{int}$$

Remarque : cette formule reste valable quelque soit la valeur de e .

II Notion de flux thermique

Chaque seconde, une certaine quantité d'énergie traverse le mur. Dès qu'une différence de température est instaurée, la loi de Joseph Fourier (1768-1830) permet de calculer ce « flux thermique » lié à la conduction.



On définit le flux thermique à travers une surface S comme la quantité d'énergie (en Joule) qui traverse cette surface pendant 1 seconde. On obtient alors le flux en Watt.

De quoi dépend ce flux noté ϕ pour notre mur ?

La loi de Fourier permet de trouver :
$$\phi = \frac{\lambda S}{e} (T_{int} - T_{ext})$$

Dans cette formule, le coefficient λ est lié à la nature du matériau constituant le mur. C'est la conductivité thermique, son unité est le $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ noté aussi $W/m K$.



Analogie avec un courant traversant un fil électrique

Quand un fil de cuivre de section S , est soumis à une différence de potentiel $V = U_1 - U_2$, des électrons le parcourent et on peut mesurer un courant d'intensité I . La loi d'Ohm permet d'écrire : $I = \frac{1}{R} (U_1 - U_2)$.

Le flux thermique est l'équivalent du courant I (lié à la quantité d'électrons qui traversent une section S à chaque seconde).

Pour compléter cette ressemblance frappante, on définit la résistance thermique du mur selon la formule $R = \frac{e}{\lambda S}$ R est alors en $K W^{-1}$ ou K/W

On peut alors écrire le flux thermique selon
$$\phi = \frac{1}{R} (T_{int} - T_{ext})$$

Remarque : on rencontre souvent r la résistance thermique d'un mètre carré de mur. Cette valeur permet de comparer les différents matériaux pour une surface unitaire.

III Analyse de la relation $\phi = \frac{1}{R} (T_{int} - T_{ext})$ avec $R = \frac{e}{\lambda S}$

Pour un mur de surface S donnée, et pour des températures extérieure et intérieure fixées, cette formule contient les paramètres e et λ qui peuvent varier.

1) Comment intervient l'épaisseur e ?

Si l'on double la valeur de e , la résistance R double aussi. Ainsi, le flux traversant notre mur est divisé par deux.

Donc, pour diminuer la quantité d'énergie traversant ce mur chaque seconde, il vaut mieux des murs plus épais ! Dans certaines régions, on voit ainsi de vieilles maisons avec des murs dépassant le mètre d'épaisseur.

Les maisons modernes de ce type sont plutôt rares : pas facile à construire rapidement et comme la place est chère en ville, on préfère des murs plus fins.

Bref, pour limiter ce flux thermique partant dans la nature, il faut jouer sur l'autre paramètre.

2) Comment intervient la conductivité thermique λ ?

Si on divise la valeur de λ par deux, la valeur de R est multipliée par deux. Au final, le flux thermique est divisé par deux.

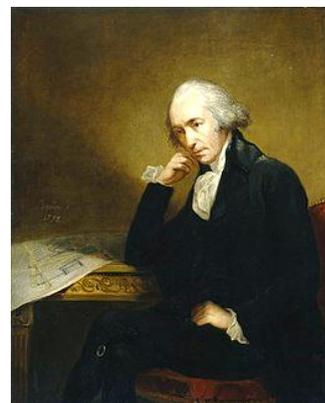
Donc, pour diminuer le flux ϕ , il faut trouver un matériau ayant une faible conductivité thermique. Ce paramètre est essentiel.

Il vaut mieux éviter un mur en acier $\lambda = 50 \text{ W/mK}$ (la voie royale pour l'énergie) et prendre plutôt un mur en bois de chêne $\lambda = 0,29 \text{ W/mK}$!

IV Et la chaleur dans tout ça ?

Rappelons tout d'abord que la Chaleur est de l'Energie.

Depuis le début, on voit surtout des Watts ! Si l'on veut traduire un flux thermique perdu, on peut dire : « un flux de 1000 Watts traverse ce mur », ou encore « chaque seconde, 1000 Joules traversent ce mur ».



James Watt (1736-1819)

Revenons sur la fameuse phrase louche « ... on garde mieux la chaleur ».

Un mur laisse passer l'énergie (la chaleur) vers l'extérieur et ceci, quelle que soit son épaisseur ou sa nature. Donc, une meilleure isolation ne « garde » pas la chaleur.

Mais, si l'isolation est de bonne qualité, un mur laissera passer moins d'énergie chaque seconde.

Voilà ce qu'il faut comprendre :

- Si je chauffe ma pièce avec une source de chaleur de 1000 Watts, un flux de 1000 Watts traverse le mur vers l'extérieur. Chaque seconde, 1000 Joules se retrouvent dehors.
- Le mur extérieur étant bien isolé, avec une grande valeur de la résistance thermique R , la relation $\phi = \frac{1}{R} (T_{int} - T_{ext})$ permet d'avoir une plus grande valeur de T_{int} .
- On peut dire avec rigueur : « En hiver, avec le même chauffage, et avec ma nouvelle isolation, j'arrive à maintenir une température intérieure plus grande qu'avant ».

Voici encore deux exemples pour mieux comprendre...

Exemple 1 :

Sans isolation de complément :

$$1000 \text{ Watts fournis en chauffage} \Rightarrow T_{int} = 16^\circ\text{C}$$

Après une isolation complémentaire :

$$1000 \text{ Watts fournis en chauffage} \Rightarrow T_{int} = 19^\circ\text{C}$$



Bien comprendre que l'on perd toujours 1000 Watts à travers le mur !

Exemple 2 :

Avant une nouvelle isolation : 1000 Watts fournis en chauffage $\Rightarrow T_{int} = 19^\circ\text{C}$

Avec une nouvelle isolation : 800 Watts fournis en chauffage $\Rightarrow T_{int} = 19^\circ\text{C}$

Pour obtenir les 19°C voulus, on a besoin de fournir moins d'énergie chaque seconde. On réalise ainsi des économies... On ne laisse passer à travers le mur qu'un flux de 800 Watts au lieu des 1000 Watts avant la nouvelle isolation.

V Comparons deux situations

Avant de faire des petits calculs, il faut se rappeler que le mur est au contact de l'air, un excellent isolant thermique puisque sous une atmosphère, on a : $\lambda_{air} = 0,025 \text{ W/mK}$. Malheureusement, cet air est en mouvement sous l'action de la poussée d'Archimède ou bien sous l'action du vent.

Finalement, l'air qui touche un mur de surface S est comme un matériau isolant dont on peut écrire la résistance thermique selon $R = \frac{1}{hS}$ où le coefficient de convection.

Ce coefficient de convection dépend des conditions de mouvement de l'air au contact de la paroi de notre mur. Dans la réglementation thermique du bâtiment, on trouve :

Paroi verticale intérieure au logement : $\frac{1}{h_i} = 0,13 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$ soit $h_i = 7,7 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-2}$

Paroi verticale extérieure : $\frac{1}{h_e} = 0,04 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$ d'où $h_e = 25 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-2}$

1 m^2 de mur se comporte donc comme trois résistances thermiques en série de résistance thermique totale surfacique $r_{tot} = \frac{1}{h_e} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_i} = r_{superficielle} + r_{mur}$

On utilise souvent le raccourci : $r_{\text{superficielle}} = 0,17 \text{ Km}^2\text{W}^{-1}$

Bon, cette prise en compte de la réalité étant faite, on va pouvoir étudier deux cas...

1) 1 mètre carré de mur en pierre

On considère un mur d'épaisseur $e = 0,5 \text{ m}$ de conductivité thermique $\lambda = 1,5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Résistance thermique : $r = \frac{e}{\lambda} + 0,17 = 0,333 + 0,17 = 0,5 \text{ Km}^2\text{W}^{-1}$

On remarque que la convection est loin d'être négligeable !

Le flux traversant ce mètre carré de mur est donc : $\phi = \frac{1}{r} (19 - 2) = 34 \text{ W}$

2) 1 mètre carré de mur en acier (je sais, c'est un peu stupide, mais bon...)

On considère un mur d'épaisseur $e = 0,5 \text{ m}$ de conductivité thermique $\lambda = 50 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Résistance thermique : $r = \frac{e}{\lambda} + 0,17 = \frac{0,5}{50} + 0,17 = 0,18 \text{ Km}^2\text{W}^{-1}$

Remarque : le mur sera très très solide, mais pas très utile en terme d'isolation thermique !

Le flux traversant ce mètre carré de mur est donc : $\phi = \frac{1}{r} (19 - 2) = 94 \text{ W}$

Oups...

Il vaut mieux ne pas oublier la convection dans le cas du mur en acier... En effet, si l'on ne prend en compte que $r = \frac{e}{\lambda}$, on aurait : $r = 0,01 \text{ Km}^2\text{W}^{-1}$ et $\phi = 1700 \text{ W} !!$

Mur en pierre... mur en acier... à vous de choisir à présent !!!

VI Notion de front thermique

Situation critique : nous sommes dimanche en plein été et on annonce une journée torride liée à un vent d'air chaud venant du Sahara... A partir de 11 heures, on va brutalement gagner $15^\circ\text{C} !!$

Question : à quelle heure l'intérieur du mur de ma maison va-t-il « constater » ce choc thermique en atteignant une température maximale ?

Ce problème est très difficile à résoudre car il dépend à la fois de l'espace x et du temps t . L'équation à résoudre est l'équation de conduction de la chaleur en instationnaire, on la doit

évidemment à Fourier : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ avec $T(x, t)$.

Le coefficient a est la diffusivité du matériau constituant le mur : $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ (en $m^2 s^{-1}$).

$$a_{acier} = 13 \cdot 10^{-6} m^2 s^{-1} \quad a_{béton} = 0,5 \cdot 10^{-6} m^2 s^{-1}$$

On peut démontrer en utilisant l'affreuse fonction $erf(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-x^2} dx$ que le temps au bout duquel la face intérieure du mur atteindra sa température maximum sous l'effet de ce choc thermique est défini par : $\tau \approx \frac{e^2}{10 a}$ (rappel : mur d'épaisseur e)

Applications avec $e = 0,5 m$:

$$\tau_{acier} \approx 1\,900 s \quad \tau_{béton} \approx 50\,000 s$$

Le mur en acier vous préviendra très vite, après environ une demi-heure, de ce choc thermique. De son côté, le mur de béton vous laissera un peu de tranquillité puisque vous pourrez rester tranquille plus d'une bonne dizaine d'heures !



On entend parfois parler de « déphasage thermique » pour vulgariser ce phénomène... On lit aussi parfois « temps que met la chaleur pour traverser le mur ». Ces expressions sympathiques manquent de rigueur, mais finalement, j'admets que l'on peut les accepter à la limite de la rigueur... *à condition d'avoir bien lu ce paragraphe !!!*

Conclusion : un matériau de faible diffusivité thermique aura une grande inertie thermique et résistera mieux aux chocs thermiques.

Bien sûr, si le coup de chaleur persiste pendant cinq jours, l'habitation va globalement grimper en température et sa bonne diffusivité n'y pourra rien sur une telle durée !!

VII Problèmes d'isolation ? L'affaire des ponts thermiques

Tout ce qui précède est parfait pour des géométries planes... ce qui n'est pas toujours le cas pour certaines parties d'une maison ! Par exemple :

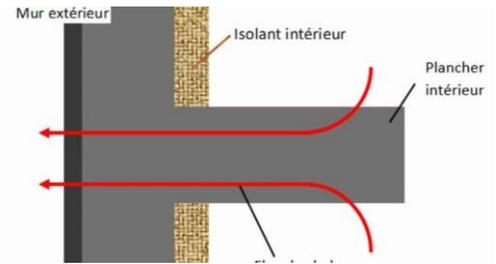
- Angle entre deux murs verticaux
- Liaison entre un mur et un plancher
- Jonction entre un mur et une fenêtre

Dans tous ces cas, et bien d'autres, on se doute qu'un flux thermique existe aussi, mais il est très délicat de faire les calculs... Il existe des formules savantes, voire des calculs numériques complexes où la géométrie est modélisée par ordinateur...

Ces cas sont regroupés dans « les ponts thermiques ».

Encore un petit exemple ?

Un plancher est à la température intérieure mais il rentre dans l'épaisseur du mur extérieur sur lequel il repose. Ainsi, cette liaison favorise un flux thermique vers l'extérieur.



Toutes ces situations doivent être prises en compte en calculant le flux thermique perdu localement.

Avertissement : on entend certains étudiants dire qu'un pont thermique est « une déperdition de chaleur causée par des courants d'air à certains endroits ». ARGH ! Ne dites jamais cette sottise devant un enseignant...

Principe de calcul pour un pont thermique linéique (1D = sur une dimension)

Le flux thermique perdu sur toute la longueur de la jonction (entre deux murs par exemple) est donné par une formule du type $\phi_{pont\ 1D} = \psi L (T_{int} - T_{ext})$ où ψ est un coefficient donné par la réglementation thermique lié au type de la jonction.

Exemple de calcul :

Une jonction entre deux murs est constatée sur une longueur de 4 mètres. Si l'on prend une valeur de ψ de $0,3\ Wm^{-1}K^{-1}$, on trouve : $\phi_{pont} = 0,3 \times 4 \times (19 - 2) = 20\ W$

Attention, il faudra prendre en considération qu'un mur est en jonction avec un autre sur tout son périmètre ! Il faut aussi éviter de compter deux fois le même flux entre la jonction de deux murs M1 et M2. En effet, si l'on calcule les ponts pour M1, puis ceux pour M2, on pourrait compter deux fois le flux à leur jonction !!

VIII Derniers détails pour la route...

- On peut poser $U = \frac{1}{r}$ pour calculer le flux thermique pour une surface S selon la formule $\phi = U S (T_{int} - T_{ext})$. U est un coefficient de transmission thermique surfacique.
- Formule générale des déperditions avec χ pour tenir compte des ponts thermiques « ponctuels » (en un point) : $\phi = (\sum U S + \sum \psi L + \sum \chi) (T_{int} - T_{ext})$
- La conductivité de l'air est si faible que l'on comprend mieux l'intérêt des doubles vitrages où une lame d'air est coincée entre deux vitres (sans compter l'avantage procuré par l'isolation phonique pour les bruits extérieurs...). On peut ainsi passer pour U de $5,8\ Wm^{-2}K^{-1}$ pour un simple vitrage à $2,8\ Wm^{-2}K^{-1}$ pour un double...