

Equilibre d'un solide...

On attaque direct dans le feu de l'action, observez ces deux joueurs se disputant le palet ! Ce petit objet ne passera pas la soirée tranquillement immobile sur la glace !!!

(Photo : François Maisonneuve)



Quand un objet est en équilibre stable, il respecte toujours les deux conditions que l'on va discuter de manière détaillée dans cette fiche :

- 1) La somme des forces extérieures à ce solide est nulle. En effet, il n'existe pas de mouvement de translation lorsqu'il est en équilibre !
- 2) La somme des moments des forces extérieures est nulle. En effet, il n'existe pas non plus de mouvement de rotation lorsque le solide est en équilibre (on définit la notion de moment dans quelques instants, alors un peu de patience...).

Les deux informations s'écrivent selon : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ $\sum \vec{M}_{\vec{F}_{ext}} = \vec{0}$

I $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

D'après un individu nommé Newton, un anglais qui aurait travaillé sur le mouvement (vous trouverez peut-être des infos en tapant son nom sur un moteur de recherche...), il existe une relation entre la somme des forces extérieures, la masse du système et son accélération.

La relation fondamentale de la dynamique est : $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$

On comprend que si la somme des forces extérieures n'est pas nulle, le système est soumis à une accélération, ce qui le mettra en mouvement.

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ est donc une condition nécessaire à l'immobilité. Notons ici, pour le côté logique des choses, que cette condition est *nécessaire*, mais elle n'est pas *suffisante*.

Exemple d'un palet lancé sur la glace : il peut rester en mouvement très longtemps ! En première approximation, il est juste soumis à son poids et à la réaction normale de la glace (on néglige ici les frottements). Ces deux actions s'annulent, ce qui entraîne la nullité de l'accélération du palet. Néanmoins, sa vitesse restera constante et le palet sera en translation.

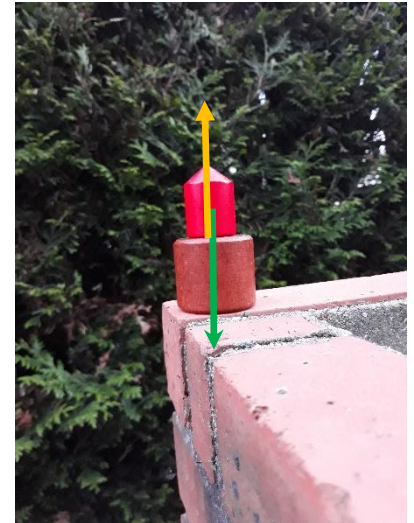
Imaginons ce même palet lancé sur une table à coussin d'air de dimensions infinies ! Dans un tel cas, il n'y aurait aucun frottement du fait de la table...

En se torturant un peu le cerveau, on pourrait donc *théoriquement* concevoir un objet en déplacement indéfiniment bien que soumis à des forces extérieures de somme nulle. Ce concept reste théorique car cette expérience de pensée est impossible à réaliser en pratique...

Voici une situation plus réaliste : un objet rouge posé sur un support en bois. Cet objet est clairement immobile (ce qui m'a permis de faire une photo très soignée, avec un cadrage exceptionnel, j'ai pu prendre tout mon temps !). Il est soumis à son poids $\vec{P}$ (en vert) et à la réaction $\vec{R}$ du support (en orange).

Ces deux forces ont même direction (la verticale), intensité (longueur du vecteur ou *norme*), mais ont des sens opposés. Ainsi, la somme de ces deux forces est nulle : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.

Remarque technique : le vecteur poids est tracé à partir du centre de gravité de l'objet. La réaction du support est tracée à partir du centre de la surface de contact objet/support.



II C'est quoi le moment d'une force ?

Pour ouvrir la porte bleue (vue d'en haut), vous savez qu'il vaut mieux exercer la force rouge que la force verte !



En effet, l'effet de rotation autour de l'axe de rotation (le gonds) sera bien plus efficace pour la force rouge. La plupart du temps, on met d'ailleurs la poignée dans une zone très éloignée des gonds !

Il serait donc intéressant de définir un « objet » qui mette en valeur le fait que la force rouge sera plus efficace que la force verte dans l'objectif d'ouvrir cette porte !

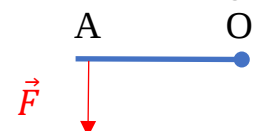
Définition : moment du vecteur force $\vec{F}$ par rapport au point O : $\vec{M}_{\vec{F}/O} = \vec{OA} \wedge \vec{F}$

où A est le point d'application de la force $\vec{F}$

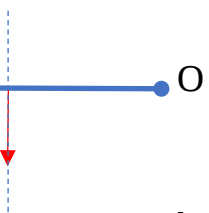
Remarques :

- A peut aussi être tout autre point situé sur la droite d'action de la force.
- Il faut réviser le produit vectoriel de deux vecteurs ! Voyez ça avec votre prof de maths, moi, je n'y connais rien... Je me rappelle juste que l'on utilise dans ce calcul un repère orthonormé avec l'axe des x orienté vers la droite de la page, l'axe des y vers le haut de la page et enfin l'axe des z qui sort de la page et vient vers le lecteur.
- On peut aussi voir ce calcul comme le produit de la norme $F = \|\vec{F}\|$ et de la distance entre la droite d'action de $\vec{F}$ et le point O, le tout assorti du signe + ou - selon la convention usuelle : c'est + si la force tend à faire tourner le solide dans le sens trigo et c'est - dans le cas contraire. Voir l'exemple suivant :

En notant $d = OA$, on a ici : $\vec{M}_{\vec{F}/O} = \vec{OA} \wedge \vec{F} = + F d \vec{z}$



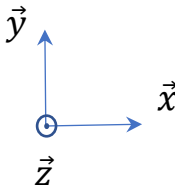
Remarque : OA est bien la distance entre O et la droite d'action de la force car ces deux droites sont perpendiculaires. Voir un autre exemple dans quelques instants...

On aurait pu visualiser la droite d'action de la force selon : 

On aurait aussi pu calculer le moment de $\vec{F}$ comme ci-dessous :

Rappel en coin :

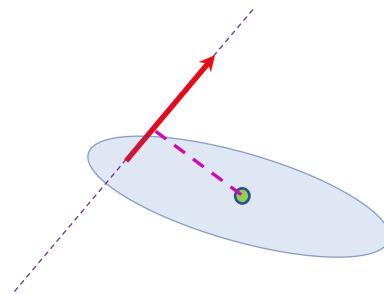
le sens trigo est 

Avec le repère :  On pose : $\vec{OA} = -d \vec{x}$ $\vec{F} = -F \vec{y}$
Ainsi : $\vec{OA} \wedge \vec{F} = (-d \vec{x}) \wedge (-F \vec{y}) = F d \vec{x} \wedge \vec{y} = F d \vec{z}$

Remarque importante : comme on travaille ici en deux dimensions (le plan de cette page), on aura toujours un résultat porté par l'axe $\vec{z}$. Le seul suspens, c'est le signe du résultat. Mais l'astuce de la rotation dans le sens trigo aide bien !

Voyons un autre exemple :

Le moment sera cette fois de signe négatif puisque la force a tendance à faire tourner l'objet dans le sens inverse au sens trigo.



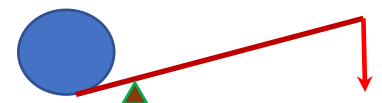
Ceci, si l'on suppose que l'objet est capable de tourner autour du point central, par rapport auquel on cherche à calculer le moment. La distance en violet peut se calculer de manière géométrique avec un schéma très soigné. Mais, on peut aussi travailler avec les coordonnées des vecteurs, ce qui finalement est bien pratique ! Vive l'apport des mathématiques... à condition d'avoir effectivement révisé le produit vectoriel !

Remarque : notion de bras de levier

Archimède aurait dit « Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le Monde ».

Un peu vaniteux ce mathématicien et physicien grec ? Pas si sûr...

La notion de moment permet de comprendre la situation :



Pour soulever cette boule bleue, il « suffit » d'exercer une force à droite pour équilibrer l'action du poids de la boule. Bien sûr, il faudrait avoir un levier assez long à droite pour que la distance utile permette l'exploit ! Mais *en théorie*, la chose est possible !

III $\sum \vec{M}_{\vec{F}_{ext}} = \vec{0}$

Bon, à ce stade, vous savez ce que représente le moment d'une force... Il reste que cette formule nécessite de préciser le point par rapport auquel on calcule les moments des forces extérieures. On devrait donc plutôt noter : $\sum \vec{M}_{\vec{F}_{ext}/A} = \vec{0}$ si l'on veut signaler que les moments seront calculés par rapport au point A.

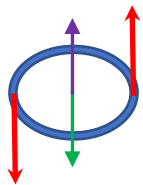
Revenons à l'équilibre d'un solide. On pourrait se demander pourquoi il faut une autre condition en plus !

En effet, le fait que la somme des forces extérieures soit nulle devrait non suffire !

Mais le petit exemple suivant vous convaincra du contraire en une fraction de seconde...

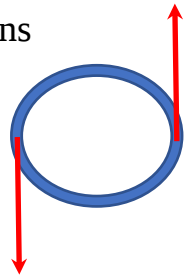
Quand vous tournez votre volant pour aller vers la gauche avec les deux mains sur ce volant, on peut schématiser le début de la rotation du volant selon :

Pour être complet au niveau des forces extérieures, on n'oublie pas le poids du volant et la réaction du support (la colonne de direction !).



Au final, la somme des forces extérieures est bien nulle dans cette situation

Le volant est néanmoins en mouvement.



Là, on voit mieux l'importance de la seconde condition concernant les moments.

Calculons, pour la forme, le moment de ces quatre forces par rapport au centre du volant (c'est juste pour se simplifier un peu le travail : en effet, les moments du poids et de la réaction seront nuls). Il ne reste que les moments des forces rouges.

Notons r le rayon du volant et F la norme des forces rouges. Pour chacune d'elle, le moment vaut $+ F r$. Leur somme donne finalement $+2 F r$. Elle n'est pas nulle.

Cette situation est connue sous le terme de « couple ». Deux forces de même norme, de directions identiques mais de sens opposé agissant sur un solide forment *un couple*. Ce couple a pour vocation de mettre le solide en rotation.

IV Conclusion

Quand on étudie un système en équilibre, on peut donc utiliser les deux formules discutées ici pour obtenir des relations reliant les normes des forces et les différentes distances impliquées dans le dispositif.

Ces relations permettront de calculer les valeurs inconnues et d'obtenir un point bien mérité lors d'un devoir !

On a enfin les résultats généraux parfois bien utiles :

* Système soumis à deux forces : les forces ont même droite d'action, un sens opposé et une même norme.

* Système soumis à trois forces : elles ont des droites d'action *concourantes*, mais on ne peut rien dire de plus concernant les normes. (voir le prof de maths pour ce terme !)