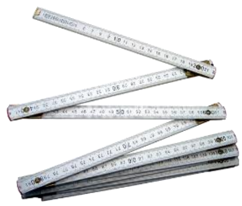
Les nombres…
des outils de mesures



Pour mesurer la densité d'un film, le pH d'une solution de mouillage, la température du bain de développement, la calibration d'une image, pour désigner le grammage d'un papier…on utilise des **nombres**.
Les nombres sont donc utilisés au quotidien dans le domaine de l'impression.

I Représentation des nombres

Nous allons faire un tour d'horizon sur les différents nombres.

1) Les entiers

Les **entiers**, par exemple 1 ou 12, sont les plus simples, rien à dire de spécial là-dessus…

2) les nombres « à virgules »

Vos problèmes commencent avec les fameux **nombres à virgules**, par exemple 1,231 ou 3,14159…

Il existe pour vous deux sortes de nombres à virgules :

- ceux qui n'ont que quelques chiffres après la virgule : 1,231
- ceuxqui ont « beaucoup » de chiffres après la virgule.
  Le très célèbre nombre π (dire « pi ») est un bon exemple puisque son écriture est $\pi = 3{,}14159265358979323846 26$…… cela ne s'arrête jamais !

Ce que vous devez savoir faire, c'est donner un résultat avec une certaine précision, celle exigée dans l'exercice.

Exemple : « Calculez le périmètre au **centième** près »
Supposons que votre calculatrice affiche : 3,35178
Vous devrez alors dire : « le périmètre vaut 3,35 »

Résultat : à l'unité = pas de chiffre après la virgule
au dixième = un chiffre après la virgule
au centième = deux chiffres après la virgule

Exercice : calculatrice : 2,3474 on demande au *dixième*, vous écrivez :
calculatrice : 4,2256 on demande au *centième*, vous écrivez :

(Corrigé à la fin du document à la page 7)

3) Mais comment arrondir un nombre… ?

Vous devrez savoir à l'avenir qu'il faut arrondir :

- au-dessous lorsque le chiffre suivant est : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4
- au-dessus lorsque le chiffre suivant est : 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9

Exercice : Arrondissez les résultats suivants avec la précision demandée.

4,2458 au millième :
6,3965 à l'unité :
3,72879 au centième :
132,56 à la dizaine :

4) Les terribles puissances…

Sortez votre calculatrice et faites les calculs : $A = 1234567 \times 7654321$

$B = 1{,}123 \div 7777$

Quels résultats proposez-vous d'après votre calculatrice ?

A = B =

En mathématique et en physique, il est très fréquent d'obtenir des résultats très petits ou bien très grands. Pour les écrire plus facilement, on utilise les puissances de dix, et il faut savoir les écrire et les lire sur votre calculatrice.

Quelques exemples :

$1{,}23432\ 10^3$ est 1234,32 (on décale la virgule de 3 rangs vers la droite)
(sur votre calculatrice $1{,}23432\ 10^3$ est souvent écrit : $1.23432^{\ 03}$ ou E03)
$4{,}345\ 10^{-2}$ est 0,04345 (on décale la virgule de 2 rangs vers la gauche)
(sur votre calculatrice $4{,}345\ 10^{-2}$ est souvent écrit : $4.345^{\ -02}$)

Exercice : Ecrivez les valeurs suivantes SANS puissances de dix, puis arrondir…

$4{,}65493\ 10^1$ = et valeur arrondie au centième =

$6{,}45634\ 10^4$ = et valeur arrondie à l'unité =

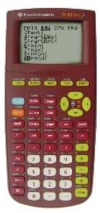
$3{,}56887\ 10^{-1}$ = et valeur arrondie au centième =

$6{,}16435\ 10^{-4}$ =

II Faire des calculs avec une calculatrice : facile ?

Calculez : $\dfrac{1{,}698+0{,}341}{1{,}234-0{,}956}$ = Comparez vos résultats

$(1+\sqrt{2})(2-\sqrt{4{,}12-3{,}736})$ = avec votre voisin(e)



Etant donnée mon expérience, je pense que certains d'entre vous n'ont pas trouvé les mêmes résultats… Il y a même gros à parier que de nombreux résultats différents ont été trouvés… !!!

Moralité : on a du pain sur la planche…

Quelques bonnes astuces à savoir…

- Observer le calcul demandé
- Doit-on regrouper certains calculs ?
- Penser à mettre des parenthèses
- On a le droit d'effectuer une partie du calcul à part

Reprenons les exemples « test »

$\frac{1{,}698+0{,}341}{1{,}234-0{,}956}$ doit être calculé selon : (1,698 + 0,341) ÷ (1,234 – 0,956)
Moralité, il fallait penser à regrouper les termes du haut entre eux, et les termes du bas entre eux.

$(1+\sqrt{2})(2-\sqrt{4{,}12-3{,}736})$ doit être calculé selon des procédures très diverses en fonctions des calculatrices…

Exercices : A vos calculatrices

Calculez les valeurs suivantes :

$A = (1{,}341 + 7{,}679)^2$

$B = (23{,}456\ 10^{-3} + 1{,}345\ 10^{2})\ (2{,}234 - \sqrt{1{,}234}\ )$

$C = \frac{2{,}456-3{,}458}{4{,}56+0{,}5689}$

Donnez A au centième (on dit aussi à 10^{-2} près)

Donnez B au dixième (on dit aussi à 10^{-1} près)

Donnez C à 10^{-4} près

Quelques rappels, au cas où…

Indicateur du niveau de courage d'un jeune BTS qui arrive à cette page…

I Les fractions

1) Additionner

Comment calculer $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}$?

On met au même dénominateur : $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{5\times3}{7\times3}=\frac{14}{21}+\frac{15}{21}=\frac{29}{21}$

Le cas général : $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

2) Soustraire

C'est presque pareil…mis à part le signe moins : $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

3) Multiplier

C'est plus simple. Pour faire $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}$ on multiplie étage par étage…

Donc : $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5}{3\times7}=\frac{10}{21}$ **Le cas général :** $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

4) Simplifier

Lorsque c'est possible, on peut simplifier une fraction.
Par exemple, la fraction $\frac{60}{42}$ peut s'écrire : $\frac{60}{42}=\frac{3\times2\times10}{3\times2\times7}$
On simplifie alors par le 2 et le 3 qui sont à la fois en haut et en bas. Il ne reste plus que $\frac{10}{7}$ (vérifiez avec votre machine ! on a bien $\frac{60}{42}=\frac{10}{7}$)

Exercice

Calculez et simplifiez si c'est possible : $\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=$

$\frac{1}{3}-\frac{2}{7}=$

$\frac{3}{7}\times\frac{14}{6}=$

$\frac{5}{4}+\frac{11}{6}=$

$\frac{7}{5}-\frac{13}{7}=$

II Les longueurs, les aires, les volumes

1) Les longueurs

Les longueurs sont la plupart du temps exprimées en mètres, en centimètres ou encore en millimètres (mais rarement en décimètres). Il faut pouvoir convertir les mètres en centimètres ou inversement…

Le tableau suivant est classique :

mètre	décimètre	centimètre	millimètre
m	dm	cm	mm
5 ,	4	3	8
5	4	3,	8
5	4	3	8,

Dans le tableau, l'exemple donne : 5,438 m = 543,8 cm = 5438 mm

Pour changer d'unité, il y a un rapport 10 à chaque fois.
1 mètre = 10 décimètres = 100 centimètres = 1000 millimètres

2) Les aires

Les aires usuelles sont le mètre carré et le centimètre carré. On a encore un joli tableau (avec cette fois deux chiffres par colonne) :

mètre carré		décimètre carré		centimètre carré	
m^2		dm^2		cm^2	
4	5,	3	4	6	1
4	5	3	4	6	1,

Le tableau indique : 45,3461 m^2 donne 453461 cm^2

Pour changer d'unité, il y a un rapport 100 à chaque fois.
1 m^2 = 100 dm^2 = 10000 cm^2

3) Les volumes

Vous devez juste savoir que : **1 L = 1000 mL** et que : **1 cm^3 = 1 mL**
Ce sont les unités usuelles des exercices de chimie.

Exercice

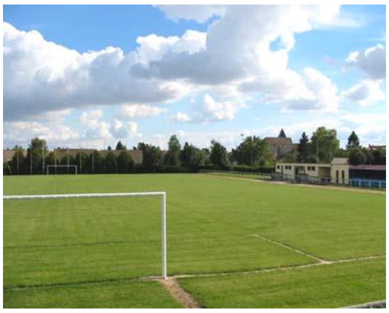
Complétez : 1,34 m = ………… mm = ………… cm

2,35 cm = ………… m = ………… mm

345,3 cm^3 = ………… mL = ………… L

643,45 cm^2 = …………. m^2

Quelques exercices sur les unités de mesure…



3) Calculez l'aire d'un terrain de foot (je me demande pourquoi j'ai pris un exemple pareil…) de 108 m sur 85 m.

Donnez le résultat en m^2 puis en dam^2.

2) Une table carrée a une aire de 1,69 m^2. Combien mesure son côté en mm ?

Indice : il y a de la racine carrée dans l'air (ou aussi dans l'aire !)…

3) On mélange 5 L de vin assez corsé avec 50 cL de limonade et enfin 250 mL de cointreau.

a) Comment s'appelle la solution obtenue ?
(indice : il faut aussi ajouter des oranges coupées en morceaux et du sucre…).
b) Quel est son volume total exprimé en cL ?

Pour finir… testez vos connaissances

Calculez la somme de $\frac{2}{3}$ et de $\frac{2}{4}$
Calculez le produit de $\frac{2}{3}$ et de $\frac{2}{4}$
Calculez la soustraction suivante : $\frac{2}{3} - \frac{2}{4}$
Calculez $A = x^2 - 2x + 1$ en prenant $x = -2$
Calculez $B = \frac{x + 2y}{x\,y}$ avec $x = 2.\ 10^{-2}$ et $y = 4.\ 10^{-3}$
Peut-on écrire que : $0{,}0002 = 2.\ 10^{-3}$?
Peut-on écrire que : $5.\ 10^3 = 5\,000$?
Une longueur de 30 mm fait combien en mètre ?
Un volume de 0,35 L fait combien en mL ?

Autocorrection

page 1 : 2,3 ; 4,23

page 2 :

4,246 ; 6 ; 3,73 ; 130 ; $A = 9{,}449\ 10^{12}$; $B = 1{,}444\ 10^{-4}$

Exercice : 46,5493 et 46,55 ; 64563,4 et 64563
0,356887 et 0,36 ; 0,000616

7,335 ; 3,332

page 3 : A = 81,3604 et 81,36 ; B = 151,089 et 151,1
C = –0,195364 et –0,1954

page 4 : $\frac{31}{20}$; $\frac{1}{21}$; 1 ; $\frac{37}{12}$; $-\frac{16}{35}$

page 5 :

1340 mm = 134 cm ; 0,0235 m = 23,5 mm ; 345,3 mL = 0,3453 L

0,064345 m^2

page 6 : 1) 9180 m^2 = 91,8 dam^2 ; 2) 1,3 m = 1300 mm

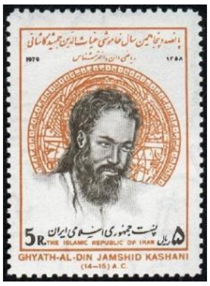
3) a) Sangria b) 500 + 50 + 25 = 575 cL

Pour finir :

$\frac{7}{6}$; $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$; A = 9 ; B = 350 ;

Non. $0{,}0002 = 2.\ 10^{-4}$; Oui ; 0,03 m = 3 cm ; 350 mL

L'extraordinaire nombre π



Même sans être expert en sciences, vous savez que pi vaut environ 3,14. En revanche, rares sont ceux qui savent qu'il existe une infinité de chiffres après la virgule (les décimales) !
Ainsi, on peut écrire : $\pi = 3{,}14159265358979323$………. sans jamais s'arrêter en théorie. En pratique, il est impossible de connaître toutes les décimales. Il existe des travaux scientifiques qui permettent de calculer théoriquement les décimales, les unes après les autres… Aujourd'hui, on connaît un peu plus de mille milliards de décimales !

Il y a pas mal de choses à dire sur π (au moins une infinité…), nous allons faire ici un petit tour pour mieux connaître l'un des nombres les plus célèbres au monde.

I Au fait, c'est quoi cette valeur de pi ?

Depuis fort longtemps, l'homme s'intéresse aux figures géométriques : pour des raisons pratiques ou pour l'art. Le cercle est l'une des plus belles, en raison de sa perfection.
Or, les géomètres ont remarqué depuis longtemps que la circonférence d'un cercle est toujours égale à un peu plus que trois fois son diamètre D.
C'est de là que vient la définition du nombre pi, c'est le coefficient qui permet d'écrire la relation : circonférence = π D
Cette relation marche pour tous les cercles, essayez vous-même…

II L'histoire des valeurs

Dans sa quête de connaissances, l'homme recherche de plus en plus précisément la valeur de pi. Dans les temps anciens, différentes valeurs ont été proposées.

Date	**Valeur de π**	**Savant**	**Lieu**
1800 av. J.C.	3,16	Ahmes	Egypte
250 av. J.C.	entre 3,1408 et 3,1429	Archimède	Grèce
460	3,141592	Tsu Chung Chih	Chine
1400	avec 16 décimales	al Kashi	Perse

Al-Kashi (vignette en haut de la page) était un mathématicien et astronome perse qui vécut entre 1380 et 1429.

Par la suite, le nombre de décimales connues augmente de plus en plus vite avec le développement des connaissances mathématiques.

III D'où vient la notation π ? (quel suspens…)

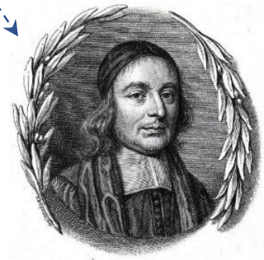
Cette notation n'a pas été utilisée dès l'antiquité. En Grèce, Archimède désignait la longueur de la circonférence d'un cercle par le mot périmètre qui s'écrit en grec : περιμετροξ
Ainsi, William Oughtred (1574-1660) utilise la première lettre de ce mot pour désigner pi. La notation π s'impose définitivement à partir des travaux de Euler (1707-1783) qui fut un gigantesque mathématicien (impossible de trouver sa taille…).

IV Des formules bizarres…

Pour calculer la valeur de pi, il suffit de tracer un cercle de diamètre égal à 1 et de mesurer son diamètre… C'est la méthode utilisée par Archimède en utilisant une méthode géométrique astucieuse permettant d'obtenir un encadrement de π.
On ne connaît pas toutes les décimales de pi, mais il existe des formules mathématiques qui permettent de calculer les différentes décimales. Voici quelques formules :

Wallis : $$\pi = 2\prod_{n=1}^{\infty}\frac{4n^2}{4n^2-1}$$ Leibniz : $$\pi = 4\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}$$

Ramanujan : $$\pi = \frac{9801}{2\sqrt{2}}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!(1103+26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}\right)$$



V Un record (un peu ancien mais quand même…)

En 2005, le japonais Akira Araguchi âgé de 59 ans a aligné par cœur 83 431 décimales de pi… en treize heures ! (certifié par le rigoureux livre Guiness des records)

VI Un peu de poésie pour finir…

Que j'aime à faire connaître un nombre utile aux sages !
Immortel Archimède, artiste, ingénieur,
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?
Pour moi ton problème eut de pareils avantages.
Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens grecs.

Comparez le nombre de lettres de chacun des mots du poème avec les premières décimales de π et vous comprendrez…