



L'histoire des séries trigonométriques...

Euler, D'Alembert et D. Bernoulli (ci-contre) ont été les premiers à travailler sur les séries trigonométriques. En particulier, Bernoulli a étudié l'équation dite des "cordes vibrantes".

Le problème posé consistait à calculer le mouvement d'une corde de longueur L fixée en ses deux extrémités. La solution fut trouvée sous la forme d'une série de fonctions trigonométriques.

La question qui préoccupait les mathématiciens de cette époque, aux alentours de 1750, tournait autour de la condition initiale : comment une fonction a priori quelconque pouvait-elle être la somme de fonctions trigonométriques ?

A l'époque, ceci fut considéré comme impossible.

Le débat fut relancé par **Fourier** en 1807 à propos de son équation de la chaleur qui amenait le même questionnement. Fourier réussit alors à démontrer que certaines fonctions non trigonométriques pouvaient être écrites à l'aide d'une série trigonométrique. Il proposait pour cela la méthode basée sur des coefficients dits de Fourier (!) définis par une intégrale.

Fort de ce succès, il en conclut que *toute* fonction pouvait être écrite de la même façon. En d'autres termes, il exprima l'idée que toute série trigonométrique est convergente (par la suite, il fut prouvé que ce résultat n'est pas général).

Peu de temps après, **Lejeune-Dirichlet** (ci-contre) dans son mémoire de 1829, démontre que dans certaines situations l'idée de Fourier est juste. Au cours de ce travail, il fait faire un tournant historique à l'analyse.

En effet, avant ce mémoire, une fonction est définie soit par sa courbe représentative, soit par une formule analytique. Au contraire, pour Dirichlet, une fonction n'est qu'une loi qui à chaque valeur de x fait correspondre une valeur $f(x)$. En utilisant des fonctions particulières (particulièrement abominables...), il montre que le calcul des coefficients de Fourier n'est pas toujours possible (avec le concept de l'intégration de l'époque).



Toujours à propos des séries trigonométriques, **B. Riemann** (encore ci-contre) expose pour la première fois de façon précise la notion d'intégrale. Ainsi, les études sur les séries trigonométriques ont amené des définitions précises des notions de fonction et d'intégrale.

Pour finir, soulignons que les séries trigonométriques ont été étudiées tout au long du XX^{ème} siècle...

C'est dire la richesse de ce concept qui a des applications dans de nombreuses branches des mathématiques et de la physique.