*Un bel exemple pour **Green**-**Ostrogradski** !*

Dans tout le problème, on considère le champ de vecteurs $\vec{E} = \begin{pmatrix} x^3 + xy^2 \\ y^3 + yx^2 \\ z^2 \end{pmatrix}$

1) Un petit calcul comme échauffement : calculez $(x^2 + y^2)^2$

2) Calculez la divergence de $\vec{E}$. Ce champ peut-il dériver d'un potentiel vecteur ?

3) Le champ $\vec{E}$ peut-il dériver d'un potentiel scalaire ?

4) Calculez $\iiint_V \ div\vec{E}\ dV$ où V est le cylindre d'axe (Oz), de rayon R, avec $0 \leq z \leq h$.

5) Calculez le flux de $\vec{E}$ à travers la surface extérieure de V. Vous distinguerez la surface latérale et les surfaces haute et basse du cylindre.

6) Déterminez le potentiel scalaire évoqué en 3).

7) Soit A(R ; 0 ; 0) et B(R ; 0 ; h) deux points du cylindre. On note γ un chemin allant de A à B en faisant trois fois le tour du cylindre en montant de façon régulière le long de sa surface extérieure. Vous pouvez faire un schéma clair pour vous aider à visualiser le chemin… Calculez alors $\oint_\gamma \ \vec{E}.\overrightarrow{d\ell}$