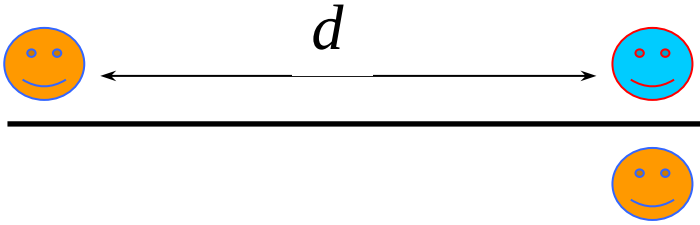
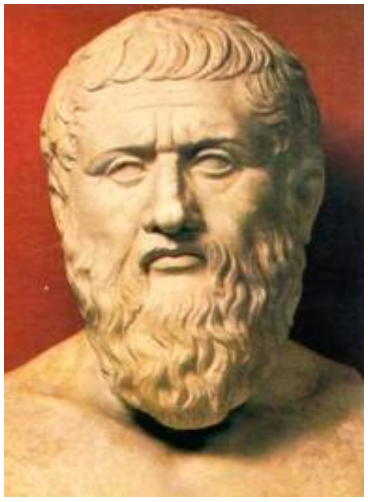
La course d'Achille





Zénon d'Elée

(vers 450 av J.C.)

Achille doit parcourir *d*
pour rattraper Hector (étape n°1)

Mais : il y aura ***un nombre infini*** d'étapes !!

Achille ne rattrapera donc jamais …

Analysons cette affaire…

Achille (V_A ; $x_A = 0$) **Hector** (V_H ; $x_H = d$)

$V_H = k\, V_A$ et $k < 1$ (sinon…)

Etape n° 1 : $x_A = d$ en $\tau_1 = \frac{d}{V_A}$

Alors : $x_H = d + V_H\, \tau_1 = d + \frac{V_H}{V_A}\, d$

Soit : $x_H = d + k\, d$

Etape n°2 :

$x_A = d + k\, d$ en $\tau_2 = \frac{k\, d}{V_A}$

Alors : $x_H = d\,(1 + k) + V_H\, \tau_2$

$= d\,(1 + k) + \frac{V_h}{V_A}\, k\, d$

Soit : $x_H = d\,(1 + k + k^2)$

N étapes… puis l'infini !!

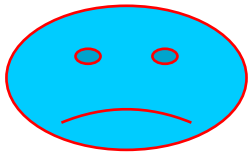
$$x_H = d\,(1 + k + k^2 + \ldots + k^N)$$

$$x_H = d\,\frac{1-k^{N+1}}{1-k} \qquad \text{vers…} \quad d\,\frac{1}{1-k}$$

Après une infinité d'étapes,
Hector a parcouru une distance *finie* !!

Somme de termes positifs ***convergente***

Achille rattrape Hector à $t = \frac{x_H^\infty}{V_A}$



Application :

V_A = 12 m/s $\quad d$ = 50 m $\quad k$ = 0,8

x_H^∞ = 250 m $\quad$ et $\quad$ t = 20,83 s

Pourquoi faire simple ?

$x_A = V_A \ t$ $\qquad$ $x_H = d + V_H \ t$

On cherche : $x_A = x_H$

On trouve : $t = \dfrac{d}{V_A - V_H} = 20{,}83$ s

Conclusion

L'art de Zénon :

Discuter à l'infini du temps d'une action se déroulant en un temps fini